

科目名稱: 微積分(下)(A群)

考試時間: 3月13日第二節

I. 填充題. (25分)

1. Find $\frac{d}{dx}[e^x(\sin x - \cos x)] = \underline{2e^x \sin x}$

2. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^x} = \underline{0}$

3. Find $\tan(\operatorname{arcsec}(-\sqrt{2})) = \underline{-1}$

4. Find $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx = \underline{\arctan \frac{1}{2}}$

5. Find $\int_0^1 xe^x dx = \underline{1}$

II. 計算、證明題. (80 分)

1. (a) Find $\frac{d}{dx} [(x^2 + 1)e^x]$ (b) Find $\frac{d}{dx} \left(e^{-\frac{3}{x+1}} \right)$.

2. (a) Evaluate $\int_0^1 e^{-2x} dx$ (b) Evaluate $\int_0^{\frac{1}{2}} e^{\sin \pi x} \cos \pi x dx$.

3. (a) Find $\frac{d}{dx} (x^{\sin x})$ (b) Find $\frac{d}{dx} (2^{3^x})$.

4. (a) Find $\frac{d}{dx} \log_2(\ln x)$ (b) Find $\int x^2 2^{x^3} dx$.

5. Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n} \right)^n$, where r is a real number.

6. (a) Find $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log_2 x$ (b) Find $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{e^{\frac{1}{x}}}$.

7. (a) Find $\frac{d}{dx} \arcsin \sqrt{2x}$ (b) Find $\frac{d}{dx} \arctan(\ln x)$.

8. Find $\int \frac{x + 5}{\sqrt{6x - x^2}} dx$.

9. Find $\int_0^1 \arcsin x dx$.

10. Find $\int e^{2x} \sin x dx$.

112 學年度第二學期理、工、電資學院微積分 (A 群) 第一次會考答案 2024.3.13

題號	答案	來源
1	(a) $2xe^x + (x^2 + 1)e^x$, (b) $\frac{3}{(x+1)^2}e^{-\frac{3}{x+1}}$	5.4 - 例題 3*
2	(a) $\frac{1}{2}(1 - e^{-2})$, (b) $\frac{1}{\pi}(e - 1)$	5.4 - 例題 10, 習題 117*
3	(a) $x^{\sin x}(\cos x \ln x + \frac{1}{x} \sin x)$, (b) $2^{3^x}(\ln 2)3^x(\ln 3)$	5.5 - 例題 5, 3*
4	(a) $\frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x}$, (b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^{x^3} + C$	5.5 - 例題 3, 習題 73*
5	e^x	5.6 - 例題 5
6	(a) 0, (b) 0	5.6 - 習題 43*
7	(a) $\frac{1}{\sqrt{1-2x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x}}$, (b) $\frac{1}{1+(\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x}$	5.7 - 例題 4
8	$-\sqrt{6x-x^2} + 8 \sin^{-1} \frac{x-3}{3} + C$	5.8 - 習題 21*
9	$\frac{\pi}{2} - 1$	8.2 - 例題 4
10	$-\frac{1}{5}e^{2x} \cos x + \frac{2}{5}e^{2x} \sin x + C$	8.2 - 習題 75*

* 為非勾選習題、勾選習題類似題。
證明題過程略過。