

科目名稱: 微積分(下)(B群)

考試時間: 4 月 17 日第二節

I. 填充題. (25 分)

1. Find $\int e^{6x} dx = \underline{\frac{1}{6}e^{6x} + C}$

2. Find $\frac{d}{dx} 10^{\sin 2x} = \underline{10^{\sin 2x} \cdot \ln 10 \cdot \cos 2x \cdot 2}$

3. Find $\cos\left(\sin^{-1} \frac{1}{3}\right) = \underline{\frac{\sqrt{8}}{3}}$

4. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 1}{e^{2x}} = \underline{1}$

5. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \underline{\frac{1}{2}}$

II. 計算、證明題. (80 分)

1. Find $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx$.

2. Find $\frac{d}{dx}(x^2 e^{x^2})$.

3. Find $\frac{d}{dx} x^x$.

4. Find $\int_0^5 5^x dx$.

5. Find $\int_1^4 \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

6. Find $\frac{d}{dx} \tan^{-1}(x^2 + 3x + 1)$.

7. Find $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$.

8. Let $y = \sin^{-1}\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$. Find y' .

9. Find $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + e^x)^{\frac{1}{x}}$.

10. Find $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$.

112 學年度第二學期理、工、電資學院微積分 (B 群) 期中考答案 2024.4.17

題號	答案	來源
1	$\ln(1+e) - \ln 2$	6.3 - 例題 8
2	$2xe^{x^2} + 2x^3e^{x^2}$	6.3 - 例題 4*
3	$x^x(\ln x + 1)$	6.4 - 例題 4
4	$\frac{5^5 - 1}{\ln 5}$	6.4 - 例題 5*
5	$\frac{12}{\ln 3}$	6.4 - 習題 21*
6	$\frac{2x+3}{1+(x^2+3x+1)^2}$	6.5 - 例題 4*
7	$\sin^{-1} e^x + C$	6.5 - 習題 37
8	$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^2}} \cdot \frac{1}{1+\cos x}$	6.5 - 習題 24
9	e	6.7 - 習題 24
10	$\frac{1}{2}$	6.7 - 例題 6

* 為非勾選習題、勾選習題類似題。
證明題過程略過。